

Modul Metode Numerik

Ghofar Paturrohman, S.Kom.

Praktik 2

1. Metode Iterasi bentuk $x=g(x)$.

Metode Iterasi Bentuk $x = g(x)$ adalah metode yang di gunakan untuk menyelesaikan persamaan nonlinear $f(x)$ dengan mengubah bentuk persamaan $f(x)$ menjadi $g(x)$. dengan syarat :

$$|g'(x_1)| < 1$$

Dimana x_1 adalah titik yang ditemukan pada saat akan melakukan iterasi.

Contoh dan cara penyelesaian

Carilah penyelesaian persamaan di bawah ini dengan metode iterasi $x=g(x)$.

$$F(x) = \sin x - 5x + 2 = 0$$

Penyelesaian:

Langkah 1: Mengubah bentuk $f(x)$ menjadi $x = g(x)$.

$$F(x) = \sin x - 5x + 2 = 0$$

$$5x = \sin x + 2$$

$$g(x) = \frac{\sin x + 2}{5}$$

Langkah 2: Mencari turunan $g(x)$, Yaitu :

$$g'(x) = \frac{\cos x}{5}$$

Dan menentukan titik x_1 , misalnya diambil $x_1 = 0.5$ maka dapat nilai $g'(x)=0.17552$ dan memenuhi syarat iterasi.

Langkah 3 : Melakukan Iterasi dengan persamaan

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

Iterasi pertama, $n = 1$ didapatkan :

$$x_2 = g(x) = \frac{\sin x_1 + 2}{5} = 4.95885$$

Iterasi kedua, $n = 2$ didapatkan :

$$x_3 = g(x) = \frac{\sin x_2 + 2}{5} = 4.95162$$

Proses iterasi ini dilanjutkan terus sampai didapatkan nilai x yang tidak berubah atau hampir tidak berubah.

Penyelesaian diatas sampai nilai $f(x)$ lebih kecil dari 10^{-7} . di dapatkan $x = 4.950076830E-01$ dimana $f(x) = 3.3287506085E-09$.

Tentukan Akar Persamaan dari $f(x)=-5x+\sin(x)+2=0$ dengan Metode Iterasi

masukan nilai $x_1 = 0.5$

$G'(x) = 0.17552 \rightarrow$ Nilai x OK, $G'(x) < 1$

Penyelesaian Persamaan Karakteristik dengan Metode Iterasi $x=g(x)$

n	x	f(x)	error
: 2:	4.9588518772E-01	-3.6152064094E-03	3.6152064094E-03
: 3:	4.9516206644E-01	-6.3607376796E-04	6.3607376796E-04
: 4:	4.9503485169E-01	-1.1193905084E-04	1.1193905084E-04
: 5:	4.9501246388E-01	-1.9700320991E-05	1.9700320991E-05
: 6:	4.9500852381E-01	-3.4671138565E-06	3.4671138565E-06
: 7:	4.9500783039E-01	-6.1018727138E-07	6.1018727138E-07
: 8:	4.9500770835E-01	-1.0738949641E-07	1.0738949641E-07
: 9:	4.9500768687E-01	-1.8899299903E-08	1.8899299903E-08
:10:	4.9500768309E-01	-3.3287506085E-09	3.3287506085E-09

Akar Persamaanya $x = 4.9500768309E-01$

errornya = $3.3287506085E-09$

Modul Metode Numerik

Ghofar Paturrohman, S.Kom.

```
program iterasi;
uses wincrt;
label
  ulang;
var
x,x1,y,y1,f1:real;
i:integer;
ab:char;
begin
  ulang:
  clrscr;
  repeat
  begin
    writeln('Tentukan Akar Persamaan dari f(x)=-5x+sin(x)+2=0 dengan Metode Iterasi');
    writeln;
    write('masukan nilai x1= '); {silakan coba nilai x1= 0.5, 0.4}
    readln(x1);
    f1:=cos(x1)/5; {g'(x)}
    write('G"(x)= ',f1:0:5);
    if abs(f1)<1 then
      Write(' --> Nilai x OK, G"(x)<1')
    else Write(' --> Nilai x Belum Sesuai, G"(x)<1');
    end;
    until abs(f1)<1;
    writeln;
    i:=0;
    writeln('Penyelesaian Persamaan Karakteristik dengan Metode Iterasi x=g(x)');
    writeln('-----');
    writeln(' n      x          f(x)        error      ');
    writeln('-----');
    repeat
    begin
      i:=i+1; x:=(sin(x1)+2)/5; {-g(x)-}
      y:=-5*x+sin(x)+2;
      if i<10 then
        writeln(': ',i,' : ',x,' : ',y,' : ',abs(y),' : ')
      else writeln(': ',i,' : ',x,' : ',y,' : ',abs(y),' : ');
      x1:=x;
    end;
    until abs(y)<1E-08;
    writeln('-----');
    writeln('Akar Persamaanya x=',x);
    writeln('errornya=',abs (y));
    writeln('-----');
    writeln;
    write('apakah anda ingin mengulanginya (y/t): ');
    readln(ab);
    if(ab='y') or (ab='Y') then
    begin
      goto ulang;
    end
    else
      donewincrt;
  end.
```

Soal:

Cari akar-akar penyelesaian dari persamaan nonlinear di bawah ini dengan metode Iterasi $x=g(x)$:

$$1. \ x^3 - 9x^2 + 18x - 6 = 0$$

$$2. \ e^x - 2x + 21 = 10$$

Modul Metode Numerik

Ghofar Paturrohman, S.Kom.

2. Metode Newton Rapshon

Metode Newton Rapshon adalah metode penyelesaian persamaan non linear dengan menggunakan persamaan :

$$X_{n+1} = X_n - \frac{f(X_n)}{f'(X_n)}$$

dan jika memenuhi persyaratan :

$$\left| \frac{f'(X_1) \cdot f''(X_1)}{f'(X_1) \cdot f'(X_1)} \right| < 1$$

dimana X_1 adalah titik awal yang ditentukan sebelum melakukan iterasi.

Contoh dan cara penyelesaian

Carilah penyelesaian persamaan di bawah ini dengan metode Newton Rapshon

$$f(x) = 3x + \sin x - e^x$$

Penyelesaian:

Langkah 1: Mencari turunan pertama dan kedua dari $f(x)$, yaitu :

$$f'(x) = 3 + \cos x - e^x$$

$$f''(x) = -\sin x - e^x$$

Langkah 2: menentukan titik x_1 , misal $x_1 = 0.5$ maka didapatkan :

$$f(x_1) = 3x_1 + \sin x_1 - e^{x_1} = 0.33070$$

$$f'(x_1) = 3 + \cos x_1 - e^{x_1} = 2.22886$$

$$f''(x_1) = -\sin x_1 - e^{x_1} = -2.12815$$

jadi

$$\left| \frac{f'(X_1) \cdot f''(X_1)}{f'(X_1) \cdot f'(X_1)} \right| < 1 = -0.14167 < 1$$

Langkah 3: Melakukan Iterasi dengan persamaan:

$$X_{n+1} = X_n - \frac{f(X_n)}{f'(X_n)}$$

$n = 1$

$$X_2 = X_1 - \frac{f(X_1)}{f'(X_1)} = 3.51626$$

$n = 2$

$$X_3 = X_2 - \frac{f(X_2)}{f'(X_2)} = 3.60394$$

Proses iterasi ini dilanjutkan terus sampai didapatkan nilai x yang tidak berubah atau hampir tidak berubah.

Penyelesaian diatas sampai nilai $f(x)$ lebih kecil dari 10^{-7} . di dapatkan $x = 3.604217027-01$ dimana

$f(x) = 6.6029315349E-09$.

Tentukan Akar Persamaan dari $f(x)=3x+\sin(x)+\exp x$ dengan Metode Newton Raphson

Masukan nilai $x_1 = 0.5$
Nilai $f(x_1) = 0.33070$
Nilai $f'(x_1) = 2.22886$
Nilai $f''(x_1) = -2.12815$
Nilai x_1 OK Memenuhi Syarat yaitu $(-0.14167) < 1$

Penyelesaian persamaan karakteristik dengan metode newton_raphson

n	x	f(x)	error
: 2 ::	3.5162635772E-01 ::	-2.2073155294E-02 ::	2.2073155294E-02 :
: 3 ::	3.6039446594E-01 ::	-6.8142629971E-05 ::	6.8142629971E-05 :
: 4 ::	3.6042170270E-01 ::	-6.6029315349E-10 ::	6.6029315349E-10 :

Akar Persamaannya $x = 3.6042170270E-01$
errornya = $6.6029315349E-10$

Modul Metode Numerik

Ghofar Paturrohman, S.Kom.

```
program Newton Raphson;
uses wincrt;
label
  ulang;
var
  x,x1,y,y1,z,f,f1,f2 : real;
  l : integer;
  ab : char;
begin
  ulang:
  clrscr;
  repeat
    begin
      writeln('Tentukan Akar Persamaan dari f(x)=3x+sin(x)+exp x dengan Metode Newton Raphson');
      writeln;
      write('Masukan nilai x1 = ');
      readln( x1 );
      y1 := 3 * x1 + sin ( x1 ) - exp ( x1 );
      f1 := 3 + cos ( x1 ) - exp ( x1 ); {-- Turunan Pertama --}
      f2 := - sin ( x1 ) - exp ( x1 ); {-- Turunan Kedua --}
      z := (y1 * f2) / ( f1 * f1 );
      writeln(' Nilai f(x1)= ',y1:0:5);
      writeln(' Nilai f'(x1)= ',f1:0:5);
      writeln(' Nilai f''(x1)= ',f2:0:5);
      if abs ( z ) <1 then
        writeln(' Nilai x1 OK Memenuhi Syarat yaitu (',z:0:5,') < 1');
      end;
      until abs ( z ) <1;
      readln;
      i:=1;
      writeln('Penyelesaian persamaan karakteristik dengan metode newton_raphson');
      writeln('-----');
      writeln(' n      x      f(x)      error');
      writeln('-----');
      repeat
        begin
          l := l + 1; x := x1 - (y1/ f1);
          Y := 3 * x + sin ( x ) - exp ( x );
          f := 3 + cos ( x ) - exp ( x );
          if i<10 then
            writeln(': ',l,' :: ',x,' :: ',y,' :: ',abs(y),' :: ')
          else
            writeln(': ',l,' :: ',x,' :: ',y,' :: ',abs(y),' :: ');
          x1 := x;
          y1 := y;
          f1 := f;
        end;
        until abs( y ) < 1E-08;
        writeln('-----');
        writeln('Akar Persamaannya x= ',x);
        writeln('errornya = ',abs(y));
        write('apakah anda ingin mengulanginya ( y / t ): ');
        readln( ab );
        if ( ab = 'y' ) or ( ab = 'Y' ) then
        begin
          goto ulang;
        end
        else
          donewinCRT;
      end.
```

Soal:

Cari akar-akar penyelesaian dari persamaan nonlinear di bawah ini dengan metode Newton Rapshon:

1. $\tan x = 1 + x$
2. $3x - \cos x = 0$