

Praktik 1

I. Penyelesaian Akar-Akar Persamaan Karakteristik

Persamaan karakteristik ini bias berupa persamaan Polinomial Tingkat Tinggi, Sinusioda, Eksponensial, Logaritmik, atau Kombinasi dari persamaan-persamaan tersebut. Ada beberapa metode untuk menyelesaikan persamaan-persamaan tersebut diantaranya:

1. Metode Tabulasi.
2. Metode Biseksi.
3. Metode Regula Falsi.
4. Metode Iterasi bentuk $x=g(x)$.
5. Metode Newton Rapshon.
6. Metode Faktorisasi $P3(x)=0$.
7. Metode Faktorisasi $P4(x)=0$.
8. Metode Faktorisasi $P5(x)=0$.
9. Metode Bairstow.
10. Metode Quotient-Difference (QD).

Dari metode diatas hanya akan kita bahas beberapa metode, diantaranya :

1. Metode Tabulasi.

Metode Tabulasi adalah metode penyelesaian persamaan nonlinear dengan cara membuat tabel-tabel persamaan atau fungsi nonlinear di sekitar titik penyelesaian.

Contoh dan cara penyelesaian:

Tentukan akar penyelesaian dari persamaan nonlinear dibawah ini dengan metode Tabulasi.

$$f(x) = x^3 - 7x + 1 = 0$$

Penyelesaian

Langkah 1. menentukan dua nilai $f(x_1)$ dan $f(x_2)$ dengan syarat : $f(x_1)*f(x_2) < 0$, missal nilai $x_1=2.5$ dan $x_2=2.6$ maka:

$$F(x_1) = (2.5)^3 - 7(2.5) + 1 = -0.8750$$

$$F(x_2) = (2.6)^3 - 7(2.6) + 1 = 0.3760$$

Di dapat $F(x_1)*f(x_2) < 0$ maka titik penyelesaian berada di antara nilai $x_1 = 2.5$ dan $x_2 = 2.6$.

Langkah 2. Membuat tabel fungsi $F(x)$ di sekitar $f(x_1)$ dan $f(x_2)$.

tabulasi ke-1			
n	x	f(x)	error
1::	2.500000000E+00	:: -8.750000000E-01	:: 8.750000000E-01
2::	2.510000000E+00	:: -7.567490000E-01	:: 7.567490000E-01
3::	2.520000000E+00	:: -6.369920000E-01	:: 6.369920000E-01
4::	2.530000000E+00	:: -5.157230000E-01	:: 5.157230000E-01
5::	2.540000000E+00	:: -3.929359999E-01	:: 3.929359999E-01
6::	2.550000000E+00	:: -2.686250000E-01	:: 2.686250000E-01
7::	2.560000000E+00	:: -1.427840000E-01	:: 1.427840000E-01
8::	2.570000000E+00	:: -1.540699999E-02	:: 1.540699999E-02
9::	2.580000000E+00	:: 1.135119999E-01	:: 1.135119999E-01
10::	2.590000000E+00	:: 2.439789999E-01	:: 2.439789999E-01
11::	2.600000000E+00	:: 3.759999999E-01	:: 3.759999999E-01

Modul Metode Numerik

Ghofar Paturrohan, S.Kom.

Langkah 3. Membuat tabel di sekitar dua titik yang menyebabkan terjadinya perubahan tanda fungsi $F(x)$ pada tabel ke 1, yaitu terjadi pada baris ke 8 dan 9. maka table ke-2 :

tabulasi ke-2			
n	x	f(x)	error
1::	2.5700000000E+00	-1.5406999999E-02	1.5406999999E-02
2::	2.5710000000E+00	-2.5845890050E-03	2.5845890050E-03
3::	2.5720000000E+00	1.0253247980E-02	1.0253247980E-02
4::	2.5730000000E+00	2.3106517008E-02	2.3106517008E-02
5::	2.5740000000E+00	3.5975223989E-02	3.5975223989E-02
6::	2.5750000000E+00	4.8859375034E-02	4.8859375034E-02
7::	2.5760000000E+00	6.1758975964E-02	6.1758975964E-02
8::	2.5770000000E+00	7.4674032949E-02	7.4674032949E-02
9::	2.5780000000E+00	8.7604551984E-02	8.7604551984E-02
10::	2.5790000000E+00	1.0055053898E-01	1.0055053898E-01
11::	2.5800000000E+00	1.1351199998E-01	1.1351199998E-01

Langkah 4 dan seterusnya mengulangi langkah ke 3 yaitu membuat table di sekitar dua titik yang menyebabkan terjadinya perubahan tanda pada $f(x)$ pada table sebelumnya.

Proses dihentikan jika didapatkan errornya relative kecil dan biasanya lebih kecil dari 10^{-7} .

tabulasi ke-7			
n	x	f(x)	error
1::	2.5712014000E+00	-2.8940849006E-07	2.8940849006E-07
2::	2.5712014100E+00	-1.6106059775E-07	1.6106059775E-07
3::	2.5712014200E+00	-3.2683601603E-08	3.2683601603E-08
4::	2.5712014300E+00	9.5576979220E-08	9.5576979220E-08
5::	2.5712014400E+00	2.2392487153E-07	2.2392487153E-07
6::	2.5712014500E+00	3.5227276385E-07	3.5227276385E-07
7::	2.5712014600E+00	4.8062065616E-07	4.8062065616E-07
8::	2.5712014700E+00	6.0896854848E-07	6.0896854848E-07
9::	2.5712014800E+00	7.3725823313E-07	7.3725823313E-07
10::	2.5712014900E+00	8.6560612544E-07	8.6560612544E-07
11::	2.5712015000E+00	9.9392491393E-07	9.9392491393E-07

Maka akar pendekatannya adalah nilai $x=2.57120143$ dengan errornya $=9.5576979220 \times 10^{-8}$

Program metode_tabulasi;

```
uses wincrt;
label ulang;
var
  x,x1,x2,xa,xb,xc,y,y1,y2,ya,yb:real;
  I,j,k:integer;
  ab:char;
begin
  ulang:
  clrscr;
  writeln('Tentukan akar penyelesaian dengan Metode Tabulasi dari f(x)=x^3-7x+1');
  writeln;
  write('masukkan nilai x1 ='); { * Nilai variable X pertama * }
  readln(x1);
  y1 := x1* x1* x1 - 7 * x1 + 1;
  Writeln(' f(',x1:0:2,')=',y1:0:4);
  repeat
  begin
  write('masukkan nilai x2 =');
  readln(x2);
  y2 := x2 * x2 * x2 - 7 * x2 + 1;
  writeln(' f(',x2:0:2,')=',y2:0:4);
  writeln;
  writeln('Syarat (x1*x2)<0');
  write(' x1*x2=',y1*y2:0:5);
  if (y1*y2)<0 then write(' Nilai OK') else write(' Nilai Tidak Sesuai');
  readln;
```

Modul Metode Numerik

Ghofar Paturrohman, S.Kom.

```
end;
until(y1 * y2) <0;
clrscr;
k:=0;
repeat
begin
k:=k+1;
if x1 > x2 then
begin
xa := x1;
xb := x2;
end
else
begin
xa := x2;
xb := x1;
end;
xc := (xa - xb) /10;
i:=0;
repeat
begin
i:=i+1;
x := xb + xc * I;
ya := x * x * x - 7 * x +1;
yb :=( x - xc) *(x - xc) *(x - xc) - 7 * (x - xc)+1;
end;
until (ya * yb) <0;
x1 :=x;
x2 :=x - xc;
writeln ('tabulasi ke-',k);
writeln ('-----');
writeln (' n          x          f(x)          error');
writeln ('-----');
for j:=1 to 9 do
begin
x := xb + xc * (j -1);
y := x * x * x - 7 * x + 1;
writeln (' ',j,':: ',x,' :: ',y,' :: ',abs(y),' ::');
end;
for j:=10 to 11 do
begin
x := xb + xc * (j -1);
y := x * x * x - 7 * x + 1;
writeln (j,':: ',x,' :: ',y,' :: ',abs(y),' ::');
end;
writeln('-----');
end;
readln;
until abs(y)<10e-8;
writeln ('akar pendekatannya adalah x=',x);
writeln ('error=',abs(y));
writeln;
write ('apakah anda ingin mengulangi(y/t):');
readln(ab);
if (ab='Y') or (ab='y') then
begin
goto ulang;
end
else
donewincrt;
end.
```

Soal:

Cari akar-akar penyelesaian dari persamaan nonlinear di bawah ini dengan metode Tabulasi:

1. $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

2. $2 - 5x + \sin x = 0$

Modul Metode Numerik

Ghofar Paturrohan, S.Kom.

2. Metode Biseksi.

Metode biseksi disebut juga metode Pembagian Interval atau metode yang digunakan untuk mencari akar-akar persamaan nonlinear melalui proses iterasi dengan persamaan 2.0:

$$X_c = \frac{X_a + X_b}{2}$$

Dimana nilai $f(X_a)$ dan nilai $f(X_b)$ harus memenuhi persyaratan $f(X_a) \cdot f(X_b) < 0$

Contoh dan cara penyelesaian:

Carilah penyelesaian dari persamaan nonlinear dibawah ini dengan metode Biseksi:

$$f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0$$

Penyelesaian:

Langkah 1: Menentukan dua titik nilai $f(x)$ awal, $f(x_1)$ dan $f(x_2)$ dan harus memenuhi hubungan $f(x_1) \cdot f(x_2) < 0$. misalkan nilai $x_1 = 1$ dan $x_2 = 2$.

$$f(x_1) = 1^3 + 1^2 - 3(1) - 3 = -4$$

$$f(x_2) = 2^3 + 2^2 - 3(2) - 3 = 3$$

Di dapat $F(x_1) \cdot f(x_2) < 0$ maka titik penyelesaian berada di antara nilai $x_1 = 1$ dan $x_2 = 2$.

Langkah 2: mencari nilai x_3 .

$$X_3 = \frac{X_1 + X_2}{2} = \frac{1 + 2}{2} = 1.5$$

Dan $f(x_3) = 1.5^3 + 1.5^2 - 3(1.5) - 3 = -1.875$

Langkah 3: Melakukan Iterasi dengan persamaan 2.0 pada hasil langkah 2 nilai $f(x_3)$ hasilnya negative, dan untuk memnentukan nilai x_4 harus $f(x_a) \cdot f(x_b) < 10$ maka yang memenuhi syarat nilai yang digunakan yaitu x_1 dan x_3 karena nilai $f(x_1) \cdot f(x_3) < 0$ maka :

$$X_4 = \frac{X_1 + X_3}{2} = \frac{1 + 1.5}{2} = 1.75$$

Dan $f(x_4) = 1.75^3 + 1.75^2 - 3(1.75) - 3 = 1.71875$

Iterasi selanjutnya mencari nilai x_5 dan $f(x_5)$ dan begitu seterusnya sampai didapatkan nilai error lebih kecil dari 10^{-7} . Maka dari hasil perhitungan didapatkan nilai $x = 1.73205080$. dengan nilai errornya $f(x) = 1.2165401131E-08$

Penyelesaian Persamaan Dengan Metode Biseksi, Nilai $x_1 = 1.00$ & $x_2 = 2.00$			
n	x	f(x)	error
3 ::	1.5000000000E+00	:: -1.8750000000E+00	:: 1.8750000000E+00 ::
4 ::	1.7500000000E+00	:: 1.7187500000E-01	:: 1.7187500000E-01 ::
5 ::	1.6250000000E+00	:: -9.4335937500E-01	:: 9.4335937500E-01 ::
6 ::	1.6875000000E+00	:: -4.0942382813E-01	:: 4.0942382813E-01 ::
7 ::	1.7187500000E+00	:: -1.2478637695E-01	:: 1.2478637695E-01 ::
8 ::	1.7343750000E+00	:: 2.2029876709E-02	:: 2.2029876709E-02 ::
9 ::	1.7265625000E+00	:: -5.1755428314E-02	:: 5.1755428314E-02 ::
10 ::	1.7304687500E+00	:: -1.4957249165E-02	:: 1.4957249165E-02 ::
11 ::	1.7324218750E+00	:: 3.5126730800E-03	:: 3.5126730800E-03 ::
12 ::	1.7314453125E+00	:: -5.7281954214E-03	:: 5.7281954214E-03 ::
13 ::	1.7319335938E+00	:: -1.1092383647E-03	:: 1.1092383647E-03 ::
14 ::	1.7321777344E+00	:: 1.2013480155E-03	:: 1.2013480155E-03 ::
15 ::	1.7320556641E+00	:: 4.5962500735E-05	:: 4.5962500735E-05 ::
16 ::	1.7319946289E+00	:: -5.3166101861E-04	:: 5.3166101861E-04 ::
17 ::	1.7320251465E+00	:: -2.4285502150E-04	:: 2.4285502150E-04 ::
18 ::	1.7320404053E+00	:: -9.8447708297E-05	:: 9.8447708297E-05 ::
19 ::	1.7320480347E+00	:: -2.6242967579E-05	:: 2.6242967579E-05 ::
20 ::	1.7320518494E+00	:: 9.8596792668E-06	:: 9.8596792668E-06 ::
21 ::	1.7320499420E+00	:: -8.1916659838E-06	:: 8.1916659838E-06 ::
22 ::	1.7320508957E+00	:: 8.3399936557E-07	:: 8.3399936557E-07 ::
23 ::	1.7320504189E+00	:: -3.6788260331E-06	:: 3.6788260331E-06 ::
24 ::	1.7320506573E+00	:: -1.4224206097E-06	:: 1.4224206097E-06 ::
25 ::	1.7320507765E+00	:: -2.9421062209E-07	:: 2.9421062209E-07 ::
26 ::	1.7320508361E+00	:: 2.6989437174E-07	:: 2.6989437174E-07 ::
27 ::	1.7320508063E+00	:: -1.2165401131E-08	:: 1.2165401131E-08 ::
akar persamaanya = 1.7320508063E+00			
errornya = 1.2165401131E-08			

Modul Metode Numerik

Ghofar Paturrohman, S.Kom.

```
Program Biseksi;
uses wincrt;
label ulang;
var
  x1,x2,x3,y1,y2,y3 : real;
  i : integer;
  ab : char;
begin
  ulang :
  clrscr;
  writeln('Tentukan nilai akar dari persamaan f(x)=x^3+x^2-3x-3=0 dengan Metode Biseksi');
  write( 'Masukan nilai x1 = ' );
  readln( x1 );
  y1 := x1 * x1 * x1 + x1 * x1 - 3 * x1 - 3;
  writeln(' Nilai f(x1)= ',y1:0:4);
  repeat
  begin
    write( 'Masukan nilai x2 = ');
    readln(x2);
    y2 := x2 * x2 * x2 + x2 * x2 - 3 * x2 - 3;
    write(' Nilai f(x2)= ',y2:0:4);
  end;
  if (y1*y2)<0 then
    Writeln(' Syarat Nilai Ok')
  else
    Writeln(' Nilai X2 Belum Sesuai');
  until ( y1 * y2 ) < 0;
  I :=2;
  Writeln;
  writeln('Penyelesaian Persamaan Dengan Metode Biseksi, Nilai x1= ',x1:0:2,' & x2= ',x2:0:2);
  writeln('-----');
  writeln('n      x          f(x)          error      ');
  writeln('-----');
  repeat
  begin
    i :=i + 1 ; x3 := ( x1 + x2 ) / 2;
    y3 := x3 * x3 * x3 + x3 * x3 - 3 * x3 - 3;
    if (i mod 10)=0 then readln;
    if i<10 then
      writeln(' ',i,' :: ',x3,' :: ',y3,' :: ',abs( y3 ),' ::')
    else writeln(i,' :: ',x3,' :: ',y3,' :: ',abs( y3 ),' ::');
    if ( y1* y3 ) <0 then
      begin
        x2 :=x3;
      end else
      begin
        x1 := x3;
      end;
  end;
  until abs( y3 )<1E-07;
  writeln('-----');
  writeln('akar persamaanya = ',x3);
  writeln('errornya =',abs( y3 ));
  writeln('-----');
  write('Apakah anda ingin mengulanginya (y/t): ');
  readln(ab);
  if (ab='y') or (ab='Y') then
  begin
    goto ulang;
  end
  else
  donewincrt;
end.
```

Soal:

Cari akar-akar penyelesaian dari persamaan nonlinear di bawah ini degan metode Biseksi:

1. $x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$

2. $X^x = 10$

Modul Metode Numerik

Ghofar Paturrohan, S.Kom.

3. Metode Regula Falsi.

Metode Regula Falsi disebut juga metode Interpolasi Linear yaitu metode yang digunakan untuk mencari akar-akar persamaan nonlinear melalui proses iterasi dengan persamaan 2.1:

$$x_c = x_b - \frac{f(x_b)}{f(x_b) - f(x_a)}(x_b - x_a)$$

Contoh dan cara penyelesaian

Carilah penyelesaian dari persamaan nonlinear di bawah ini dengan metode Regula Falsi:

$$f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0$$

Penyelesaian:

Langkah 1: Menentukan dua titik nilai $f(x)$ awal, $f(x_1)$ dan $f(x_2)$ dan harus memenuhi hubungan $f(x_1) \cdot f(x_2) < 0$. misalkan nilai $x_1 = 1$ dan $x_2 = 2$.

$$f(x_1) = 1^3 + 1^2 - 3(1) - 3 = -4$$

$$f(x_2) = 2^3 + 2^2 - 3(2) - 3 = 3$$

Di dapat $F(x_1) \cdot f(x_2) < 0$ maka titik penyelesaian berada di antara nilai $x_1 = 1$ dan $x_2 = 2$.

Langkah 2: mencari nilai x_3 dengan persamaan 2.1:

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f(x_2) - f(x_1)}(x_2 - x_1) = 2 - \frac{3}{3 - (-4)}(2 - 1) = 1.5714285714$$

$$\text{Dan } f(x_3) = 1.57142^3 + 1.57142^2 - 3(1.57142) - 3 = -1.3644314869$$

Langkah 3: Melakukan Iterasi dengan persamaan 2.1 pada hasil langkah 2 nilai $f(x_3)$ hasilnya negative, dan untuk memnentukan nilai x_4 harus $f(x_2) \cdot f(x_3) < 0$ maka yang memenuhi syarat nilai yang digunakan yaitu x_2 dan x_3 karena nilai $f(x_2) \cdot f(x_3) < 0$ maka :

$$x_4 = 2 - \frac{3}{3 - (-1.3644)}(3 - 1.57142) = 1.7054108216$$

$$\text{Dan } f(x_4) = 1.70541^3 + 1.70541^2 - 3(1.70541) - 3 = -0.247745$$

Iterasi selanjutnya mencari nilai x_5 dan $f(x_5)$ dan begitu seterusnya sampai didapatkan nilai error lebih kecil dari 10^{-7} . Maka dari hasil perhitungan didapatkan nilai $x = 1.7320508074$. dengan nilai errornya $f(x) = 2.0008883439E-09$

Penyelesaian persamaan kareakteristik dengan metoda regula falsi			
n	x	f(x)	error
1	1.5714285714E+00	-1.3644314869E+00	1.3644314869E+00
2	1.7054108216E+00	-2.4774509964E-01	2.4774509964E-01
3	1.7278827285E+00	-3.9339551302E-02	3.9339551302E-02
4	1.7314048658E+00	-6.1106730864E-03	6.1106730864E-03
5	1.7319508527E+00	-9.4592069217E-04	9.4592069217E-04
6	1.7320353439E+00	-1.4634870604E-04	1.4634870604E-04
7	1.7320484153E+00	-2.2640553652E-05	2.2640553652E-05
8	1.7320504375E+00	-3.5025295801E-06	3.5025295801E-06
9	1.7320507503E+00	-5.4182601161E-07	5.4182601161E-07
10	1.7320507987E+00	-8.3819031715E-08	8.3819031715E-08
11	1.7320508062E+00	-1.2973032426E-08	1.2973032426E-08
12	1.7320508074E+00	-2.0008883439E-09	2.0008883439E-09

Akar persamaannya= 1.7320508074E+00
Errornya= 2.0008883439E-09

program regula_falsi;
uses wincrt;

Modul Metode Numerik

Ghofar Paturrohman, S.Kom.

```
label ulang;
var
  x1,x2,x3,y1,y2,y3 : real;
  i : integer;
  Ab : char;
  data1 : real;
begin
  ulang:
  clrscr;
  writeln('Tentukan nilai akar dari persamaan f(x)=x^3+x^2-3x-3=0 dengan Regula Falsi');
  write('Masukan nilai x1 = ');readln(x1);
  y1 := x1 * x1 * x1 + x1 * x1 - 3 * x1 - 3;
  writeln(' Nilai f(x1)= ',y1:0:4);
  repeat
  begin
    write( 'Masukan nilai x2 = ' ); readln(x2);
    y2 := x2 * x2 * x2 + x2 * x2 - 3 * x2 - 3;
    write(' Nilai f(x2)= ',y2:0:4);
  end;
  if (y1*y2)<0 then
    Writeln(' Syarat Nilai Ok')
  else
    Writeln(' Nilai X2 Belum Sesuai');
  until ( y1 * y2 ) <0;
  writeln;
  writeln('Penyelesaian persamaan karekteristik dengan metoda regula falsi');
  writeln('-----');
  writeln(' n      x      f(x)      error ');
  writeln('-----');
  repeat
  begin
    i:= i + 1; x3 := ( x2-( y2 / ( y2 - y1))*(x2-x1));
    y3 := x3 * x3 * x3 + x3 * x3 - 3 * x3 - 3;
    if i<10 then
      writeln(' ',i,' : ',x3,' : ',y3,' : ',abs(y3),' : ')
    else
      writeln(i,' : ',x3,' : ',y3,' : ',abs(y3),' : ');
    if ( y1 * y3 ) <0 then
      begin
        x2 := x3 ; y2 := y3 ;
      end
    else
      begin
        x1 := x3 ; y1 := y3;
      end;
  end;
  until abs( y3 ) < 1E-08;
  writeln('-----');
  writeln('Akar persamaannya= ',x3);
  writeln('Errornya= ',abs( y3 ));
  writeln('-----');
  writeln('Apakah anda ingin mengulangi (y/t): ');
  readln(ab);
  if (ab='y') or (ab='Y') then
  begin
    goto ulang;
  end
  else
    donewincrt;
end.
```

Soal:

Cari akar-akar penyelesaian dari persamaan nonlinear di bawah ini degan metode Regula Falsi:

1. $3x - \cos x = 0$ 2. $2x^3 + 4x^2 - 2x - 5 = 10$